ISSN：3080-2660
EISSN：3080-2679

狭义相对论中双生子佯谬等疑难问题的形象化教学探析

龙观德 郑晓军 *

桂林理工大学物理与电子信息工程学院，广西 桂林 541004

摘 要：钟慢效应、尺缩效应与双生子佯谬是狭义相对论教学中的核心难点，也是学生认知冲突最集中的环节。抽象的数学推导常使学生“会套公式而不懂物理”。本文基于作者多年来的物理学习经历与教学实践，提出以思想实验、几何直观（闵可夫斯基时空）与仿真模拟相结合的形象化教学路径，将“难而抽象”的相对论效应转化为可感知、可推理的认知对象，并结合光钟、世界线与多普勒效应等教学实例说明具体实施方法，以期为相对论教学提供参考。

关键词：狭义相对论；钟慢效应；尺缩效应；双生子佯谬；闵可夫斯基时空；形象化教学

DOI：10.64649/yh.jydk.issn3080-2660.202611016

0 引言

学生通过前期学习已掌握牛顿力学与一定程度的狭义相对论知识，但对几个运动学效应理解起来仍较困难，对闵氏时空中的计算也常感困惑。难点根源主要有三：其一，日常经验与相对论结论剧烈冲突；其二，“绝对同时性”的朴素直觉根深蒂固；其三，混淆“参考系平权”与“过程不对称”。物理教育研究（PER）进一步揭示，学生在同时性、固有时等概念上存在系统性误解（Scherr 等，2001），即便能套用公式，也常未建立正确的物理图像。本文据此提出以“思想实验奠基—几何直观统领—仿真类比点睛”的形象化教学路径，破解上述困难，让相对论效应真正被学生“看见”与“想通”。

双生子佯谬之所以成为教学中的经典案例，正因为它把“同时性的相对性”“惯性系平权”与“加速带来的非对称性”三个难点压缩进一个生活化的故事里。学生往往凭直觉认为“互相看对方变慢、理应一样年轻”，一旦指出结局并不对称，认知冲突被充分激发，这恰好是引入严格时空分析、讲清“谁在加速”这一关键差异的契机。实践也表明，围绕该佯谬组织讨论，能显著提升学生对相对论整体框架的接受度。

1 钟慢效应与尺缩效应的形象化突破

1.1 “光钟”思想实验：从直觉到公式

值得进一步强调的是，洛伦兹因子 γ 本身也蕴含可直观的几何意义：在速度空间中，γ 对应单位原时对应的坐标时拉伸；当速度趋近光速时，γ 急剧增大，这正是“钟几乎停摆”的数学表达。教学中可让学生画出 γ 随速度变化的曲线，观察其在低速近似下退化为 1，在高速区陡升，从而把抽象因子变成一幅“速度—时间膨胀”的图景，比单纯记忆公式更能建立物理直觉。

用一个“光钟”（光子在上下两镜间往返）即可讲清时间膨胀：在地面系看来，运动光钟中的光走斜线，路径更长，而光速不变，故运动钟走得更慢。由勾股定理直接得到 $\Delta t = \gamma \Delta \tau$（$\gamma = 1/\sqrt{(1-v^2/c^2)}$）。这一思想实验把“运动的钟走得慢”从一句结论，变成学生自己能“看到”的几何事实，远比直接抛出洛伦兹变换更易接受。

1.2 尺缩效应：长度即“同时测得的两端坐标差”

尺缩常被误解为“尺子真的变短了”。要点在于：长度定义依赖于“同时”读取两端坐标；而同时性是相对的，故不同惯性系测得的“同时”不同，长度也就不同。须强调其为相对效应——比较必须在同一参考系内进行，正如教学中所辨析：“到底谁变短”的问法本身就不成立，因为它把两个参考系下的测量结果混为一谈。

1.3 同时的相对性：打开相对论大门的钥匙

同时性的相对性还可与“时钟同步”的操作定义直接挂钩。爱因斯坦约定用光信号对异地钟校准：先设定本地钟，再向远处发送光脉冲并记录往返时间，据此定义远处钟的“同时”。由于光速有限且各惯性系对光程的分解不同，校准结果天然依赖参考系。把“同时”还原为一个可操作的同步步骤，学生便不再把它当作先验的绝对概念，而能理解它为何必须相对。

以“火车—月台”同时放光为例：站务员甲认为两端同时收到光，司机却因迎向一束、背离另一束而认为并不同时。这一例子同时说明时间非绝对，是尺缩与钟慢的共同根源，也是否定牛顿绝对时空观的关键一步。由此可自然引出时空间隔 $\Delta s^2 = \Delta x^2 + \Delta y^2 + \Delta z^2 - c^2\Delta t^2$ 的不变性，为后续闵氏几何铺垫。

ISSN：3080-2660
EISSN：3080-2679

1.4 厘清“真实”与“表观”：避开教学误区

教学中须提醒学生：钟慢尺缩是参考系依赖的真实物理效应，不是钟表故障或材料压缩，但也不是绝对效应。μ 子寿命延长、GPS 校时都是证据；比较必须在同一参考系下进行。不少教材与科普一上来就堆砌洛伦兹变换，容易让学生陷入“会算而不懂”的窘境。先建立物理图景、再引入数学，是降低入门门槛的关键。同时应强调：在相对论里不同惯性系测得的位移、时间可能不同，但组合而成的时空间隔 Δs^2 却处处相等，这正是“物理规律与参考系无关”的几何表达。

2 双生子佯谬的化解

2.1 症结：双方真的“平等”吗？

“钟慢”对惯性系是平权的——甲看乙慢，乙看甲也慢。但双生子有一方经历加速、掉头，处于非惯性运动，地位并不对称，结论自然不对称。需区分真加速（绝对，与参考系无关）与表观加速（相对，与参考系相关）；并澄清：双生子效应可在狭义相对论的平直时空（闵氏）框架内，由固有时的积分解决，并非必须动用广义相对论。

在具体计算上，可引导学生把固有时积分写成数值求和：把世界线离散为若干小段，每段近似匀速，用各段 $\sqrt{(1-v^2/c^2)}$ 乘以该段时间再累加。这样既能手算简单情形，又能直接过渡到编程实现。更重要的是，学生会发现“路径越长、固有时越短”只在闵氏度规下成立，从而体会到度规本身才是相对论时空的深层结构，而非仅仅是坐标变换的技巧。

2.2 固有时与世界线：几何法一举破局

引入“世界线”概念：粒子一生是时空中的一条曲线，其“长度”即固有时 $\tau = \int d\tau$。旅行者去而复返，世界线“折返”，在闵氏时空中，连接两个类时事件的惯性直线世界线固有时最大；旅行者折返，世界线由两段惯性线组成，总固有时更小，所以回来更年轻。闵氏几何中三角形不等式与欧氏相反，折线不是更长，而是固有时更短。用一张闵氏时空图同时画出两兄弟的世界线，学生便不再纠缠“到底谁在动”，而直接“看见”答案。

2.3 多普勒效应：消除“弟弟为何比哥哥老”的困惑

从相对论多普勒视角追踪往返过程中彼此看到的钟快慢变化：去程互看对方钟慢，回程互看对方钟快，净结果是旅行者年轻。这一视角把“同时性”“加速”等易混概念拆开，让学生获得可计算的清晰图像。

3 形象化教学的实施策略

3.1 问题驱动，先制造认知冲突

开篇即抛：“哥哥乘飞船回来只老了 15 岁，弟弟却 45 岁，真的吗？”让学生预判、争论，再逐层拆解。认知冲突是深度学习的起点。

3.2 几何直观优先于代数运算

先画闵氏图、建立世界线与固有时的直观，再给出洛伦兹变换公式。研究表明（Cormier & Steinberg, 2010；Borys, 2025），几何法能显著提升概念理解，避免学生“只记公式、不解物理”。

仿真环节还可延伸到“观测过程”本身：让学生编写程序，模拟弟弟在掉头前后“看到”哥哥时钟的影像变化，而非仅比较两系坐标时。这能把“看到的”与“计算得的”区分开，澄清多普勒红移与蓝移在去程、回程的不对称，正是弟弟“看到哥哥变老”的直接原因。将观测与理论对照，学生既练了计算，又避免把视觉现象与时空本质混为一谈。

3.3 仿真与动画，让时空“动”起来

用 Python / Matlab 绘制光钟、双生子世界线、校准曲线。可视化把不可见变得可见，把静态推导变成动态推理。以车库佯谬为例：

在车子自身参考系中它短于车库，却要求在车库系中“同时”完全进入。化解的关键在于“同时”是相对的——车库系判定车头、车尾同时进入的时刻，在车系并不同时。用闵氏图画出两端事件的世界线，可见两参考系对“是否同时进门”的判据不同，但物理结论一致。把这一佯谬作为综合练习，能让学生把单一效应融会为统一框架。

以双生子为例，可让学生用几行代码画出兄弟二人的世界线：

设弟（地球）世界线为竖直时间轴 x=0；兄（飞船）去程以速度 v 斜向上、回程以 −v 斜向下，转折点对应掉头时刻。程序按 $\tau = \int \sqrt{(1-v^2/c^2)}\, dt$ 积分各段固有时，直接输出“弟比兄年轻多少”。当学生亲手改变 v 与航程，看到结果随之连续变化，“加速导致不对称”便从抽象说教变成可操作的探究。

3.4 类比与史话，像物理学家一样思考

引入爱因斯坦“一生中最快乐的思想”（自由下落与失重）、电梯思想实验；用牛顿水桶实验、惯性本质等疑惑点组织课堂辩论，培养学生提出与审视问题的能力。还可把“车库佯谬”作为综合练习：一辆车在自身系中长于车库、却要在车库系中“同时”完全进入——借助同时的相对性说明它确能短暂完全进入，再借闵氏图展示两车门事件的世界线关系，将单效应融会为统一框架。

ISSN：3080-2660
EISSN：3080-2679

反思中还发现，部分学生初期会把“几何法”误解为“画图即可、无需计算”，需在后续环节强调闵氏图上的长度须按双曲度量取，而非欧氏直觉。为此可在作业中增设一小题：给定速度，要求学生分别用洛伦兹变换与世界线积分两种方法算出年龄差并相互校验。两条路径结果一致，既能巩固方法，也让学生体会到“几何与代数本是同一物理的两面”。

3.5 分层进阶，从单效应到统一框架

教学顺序：单效应（钟慢 / 尺缩）→ 组合佯谬（车库佯谬）→ 闵氏统一框架。由易到难、由点到面，避免一上来陷入繁琐而失去兴趣。

3.6 融入科学史与科学态度教育

在讲授中自然融入爱因斯坦、闵可夫斯基、庞加莱等科学家的探索故事，以及吴健雄以极低温极化实验确证弱相互作用宇称不守恒的严谨精神，引导学生体会“大胆假设、小心求证”的科学态度，理解物理学前沿正是在一次次质疑与实验中被推进的。

4 教学成效与反思

作者多年来的教学实践表明，以“问题—几何—仿真”为主线的教学能有效降低学生的认知负荷。从课堂反馈看，学生在经历“光钟→同时相对性→世界线”的递进后，对钟慢与尺缩的接受度明显提高；通过在幻灯片中对双生子佯谬经闵氏图的一步步详细演示，多数学生能独立指出“掉头一方地位不对称”这一关键。需注意的是，闵氏几何运算易显繁琐，须讲细讲透；“如何让自己更年轻”等话题最能激发讨论热情；多提问、多构造逻辑冲突，是保持课堂活力的有效手段。对基础薄弱的班级，可先用二维（一维空间＋时间）闵氏图，再推广到三维，循序渐进。

5 结语

钟慢、尺缩、双生子佯谬之“难”，难在违背直觉而非难在数学。以思想实验奠基、以几何直观统领、以仿真类比点睛，并辅以科学史与探究式作业，方能让抽象的相对论效应深入浅出、形象生动地为学生所掌握，使相对论不再只是“令人头疼的公式”，而是一幅可以“看见”的时空画卷。

参考文献：

[1] 刘辽，赵峥 . 狭义相对论（第二版）[M]. 北京：高等教育出版社，2008.
[2] 梁灿彬，周彬 . 微分几何入门与广义相对论（第二版）[M]. 北京：科学出版社，2006.
[3] 赵凯华，罗蔚茵 . 新概念物理教程・力学 [M]. 北京：高等教育出版社，1995.
[4] 赵凯华，罗蔚茵 . 新概念物理教程・量子物理（第二版）[M]. 北京：高等教育出版社，2001.
[5] 张三慧 . 大学物理（相对论与量子物理）[M]. 北京：清华大学出版社，2008.
[6] 爱因斯坦 A. 狭义与广义相对论浅说 [M]. 杨润殷，译 . 北京：北京大学出版社，2006.
[7] TAYLOR E F, WHEELER J A. Spacetime Physics(时空物理)[M]. 2nd ed. 影印版 . 北京：世界图书出版公司，2005.
[8] CORMIER S, STEINBERG R. The Twin Twin Paradox: Exploring Student Approaches to Understanding Relativistic Concepts[J]. The Physics Teacher, 2010, 48(9): 598−601.
[9] BORYS P. Full discussion of the twin paradox by Lorentz transformations[J]. European Journal of Physics, 2025, 46: 065601.
[10] GAMBOA J, MENDEZ F, PARANJAPE M B, et al. The "twin paradox": the role of acceleration[J]. Canadian Journal of Physics, 2019, 97(10): 1049−1063.
[11] SCHERR R E, SHAFFER P S, VOKOS S. Student understanding of time in special relativity: simultaneous event occurrence[J]. American Journal of Physics, 2001, 69(S1): S24−S35.
[12] 国家高等教育智慧教育平台 . 大学物理 − 相对论和量子物理（山东大学 刘建强）[EB/OL]. https://www.chinaooc.com.cn/course/69811b8f95df98bb27c3c04c.
[13] 中国科学院 . 漫谈现代物理学时空观的症结与展望 [EB/OL]. 科学智慧火花 . https://idea.cas.cn/zhhh/sxwlhxytw/wlx/info/2011/479733.html.

作者简介：龙观德（2004.04—），男，汉族，广西桂平人，本科，研究方向：应用物理学专业。
通讯作者：郑晓军（1983.12—），男，瑶族，广西贺州人，理学博士，副教授，硕士生导师，研究方向：关联电子体系方面的研究。